Cuadernillo de ingreso

Escuela de Agricultura y Sacarotecnia UNT

Área: Matemática

Elaboración y compilación del material teórico-práctico:

Prof. María Laura Alarcón
Prof. Mariana Cocimano

¡Hola, chicas y chicos!

Les damos la bienvenida al cursillo de ingreso a la Escuela de Agricultura y Sacarotecnia UNT 2024-2025.

La Comisión evaluadora de Matemática está integrada por las profesoras María Laura Alarcón y Mariana Cocimano. Los mails de contacto por dudas o consultas son los siguientes:

lauraalarcon@colelsalvador.edu.ar
marianacocimano@gmail.com

Información importante para las y los aspirantes a 1er año 2025:

- Los temas a evaluar serán los publicados en los cuadernillos teórico - prácticos de cada asignatura.
- El día del examen las y los estudiantes deberán presentar su DNI.
- Será motivo de anulación del examen si la o el alumno ha copiado; ha anexado hojas al examen; o ha usado calculadora, diccionario o celular.

Se realizará un orden de mérito con las y los alumnos que cumplan con los siguientes requisitos:

- Haber formalizado la preinscripción adjuntando correctamente toda la documentación solicitada.
- Haber aprobado el examen de ingreso de Matemática y de Lengua, con un promedio mayor o igual a 4, siempre que haya obtenido una nota mínima de 4 en cada una de las asignaturas.
- En caso de inasistencia a uno o ambos exámenes, la justificación deberá ser presentada dentro de las 48 horas de producida la inasistencia presentando un certificado médico y una nota del padre, madre o tutor. La comisión evaluadora junto con el equipo directivo de la escuela, revisará el caso.
- No serán justificadas las inasistencias por viajes de estudios, portación de bandera ni cualquier actividad que la o el alumno tuviere en otras instituciones.

PROGRAMA DE EXAMEN

- Conjunto de números naturales: Definición y usos. Representación en la recta numérica. Orden en el conjunto de números naturales. Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación, raíces cuadradas y raíces cúbicas. Operaciones combinadas. Orden de jerarquía de las operaciones. Problemas. Lenguaje coloquial y simbólico. Ecuaciones sencillas.

- Múltiplos y Divisores de un número. Descomposición de un número en sus factores primos. Mínimo Común Múltiplo o Múltiplo Común Menor (MCM). Máximo Común Divisor o Divisor Común Mayor (DCM). Problemas.

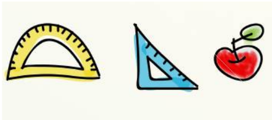
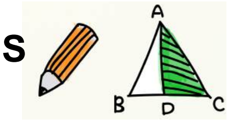
- Conjunto de números racionales: Expresiones fraccionarias: Definición y elementos de una fracción. Lectura y escritura de números fraccionarios. Ubicación en la recta numérica y gráfica. Clasificación de fracciones. Número mixto. Fracciones equivalentes. Amplificación y Simplificación de fracciones. Suma, resta, multiplicación y división. Operaciones combinadas. Fracción de un grupo, fracción de un número, fracción de fracción. Problemas.
  Expresiones decimales: Definición y elementos de un número decimal. Lectura y escritura de números decimales. Ubicación en la recta numérica. De número decimal a fracción decimal y viceversa. Suma, resta, multiplicación y división. Operaciones combinadas. Problemas.

- Proporcionalidad: directa e inversa. Regla de tres simple. Porcentaje. Problemas.

- Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA): Unidades de longitud, unidades de capacidad, unidades de masa. Equivalencia de Unidades.

- Geometría: Ángulos: sistema de medición de ángulos (sexagesimal), clasificación, construcción, operaciones. Polígonos: clasificación de triángulos y cuadriláteros (cuadrados, rectángulos, rombos, paralelogramo propiamente dicho, trapecios, trapezoides). Unidades de superficie. Cálculo de perímetros y áreas de polígonos y círculos. Figuras combinadas. Problemas.

Nota: Las actividades del presente cuadernillo son a modo orientativo, a fin de proporcionarles una guía. No son las mismas con las que serán evaluados al momento del examen de ingreso. Les sugerimos desarrollar todas las actividades propuestas y en base al contenido teórico desarrollado pues, a partir de esto, trabajaremos en la etapa de diagnóstico del primer año de nuestra escuela.

 **CONJUNTO DE NÚMEROS NATURALES** 

Definición y usos

Los números naturales son aquellos que utilizamos para contar elementos de un conjunto. En la vida cotidiana, nos sirven para contar objetos, personas o cualquier cantidad. Si bien el conjunto de números naturales tiene un primer elemento, que es el número 1, es infinito y puede representarse con el símbolo $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \ldots\}$$

Podemos representarlos en la recta numérica, haciendo corresponder a cada número un punto en la misma.

Un número natural será mayor que otro si se encuentra ubicado a la derecha de éste en la recta numérica. Por ejemplo:

$3 < 6$ Leemos “tres es menor que seis”, o también “seis es mayor que tres”
$8 > 2$ Leemos “ocho es mayor que dos”, o también “dos es menor que ocho”
$215 = 215$ Leemos “doscientos quince es igual que doscientos quince”

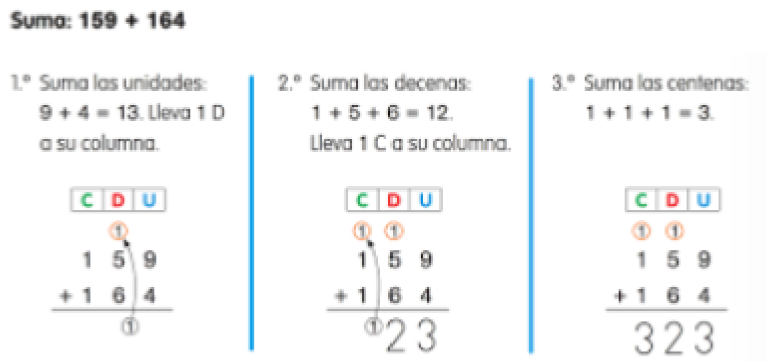
El sistema de numeración que utilizamos es ***decimal*** y ***posicional:***
Decimal: utilizamos diez símbolos, que son 0,1,2,3,4,5,6,7,8 y 9.
Posicional: el valor de cada símbolo depende de su posición en un determinado número.

Operaciones

- **Adición (o suma):** cuando efectuamos una suma entre dos números naturales “a” y “b”, éstos reciben el nombre de **sumandos.**

¡Recordamos el procedimiento que utilizamos para sumar dos o más números naturales!

$\underbrace{a + b}_{\textit{sumandos}} = c$ ___ *suma*



- **Sustracción (o resta):** cuando efectuamos una resta entre dos números naturales “a” y “b”, en ese orden, **a** recibe el nombre de **minuendo**, y **b** se llama **sustraendo.**

$a - b = c$ ___ *diferencia*

minuendo *sustraendo*

¡Recordamos el procedimiento que utilizamos para restar dos números naturales!

Nota: Para que la sustracción tenga siempre solución en los números naturales, el minuendo debe ser siempre mayor que el sustraendo.

¿En qué situaciones de la vida cotidiana podemos utilizar estas operaciones para resolverlas? Veamos los siguientes ejemplos:

- *“María y Solana están por realizar una fiesta para celebrar juntas su cumpleaños. María invitó a 37 personas, mientras que Solana invitó a 26. ¿A cuántas personas invitaron?”* Podemos resolver este problema sumando 37 y 26.
- “*Juan está ahorrando para comprar un juego nuevo para su computadora, que cuesta $13000 . Hasta junio ahorró $10850, pero utilizó $3200 en una salida con amigos. ¿Cuánto dinero le falta para poder comprar el juego que quiere?”* En este caso, podemos utilizar la resta primero para ver cuánto tiene Juan después del gasto que hizo, y luego, para calcular cuánto dinero le falta para llegar al monto que necesita.

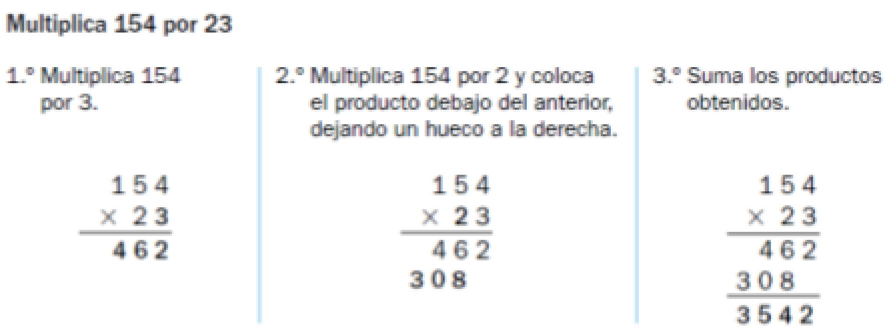
En resumen, la **adición** nos sirve para situaciones en la que necesitamos agregar elementos. En cambio, la **sustracción** la utilizamos cuando deseamos quitar o sacar elementos, o para calcular la cantidad necesaria para alcanzar un número determinado.

- **Producto (o multiplicación):** cuando multiplicamos dos números naturales “a” y “b”, éstos reciben el nombre de **factores.**

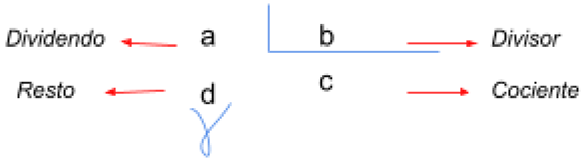
¡Recordamos el procedimiento que utilizamos para multiplicar números naturales!

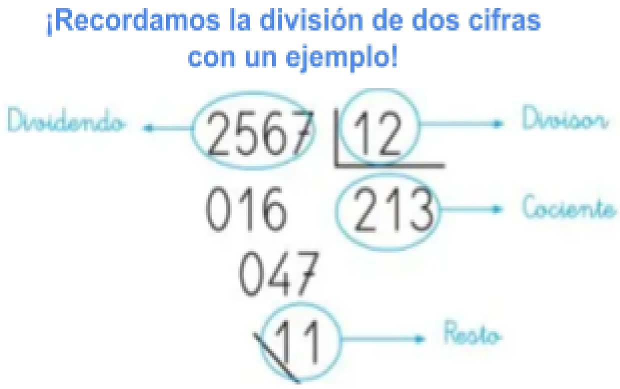
$a \cdot b = c$ ___ *producto*

factores



- **Cociente (o división):** al realizar una división de un número natural por otro, sus partes se denominan de la siguiente manera:





La división termina cuando el resto es menor que el divisor.

En toda división se cumple: **Dividendo = divisor . cociente + resto**.

¡Compruébalo con el ejemplo anterior!

Pensemos para qué situaciones podemos utilizar estas dos operaciones:

- *“En un supermercado mayorista venden cajas de galletas de chispas de chocolate que contienen 12 bolsitas cada una. A su vez, estas bolsas se arman con 3 paquetes individuales de galletas. Si el dueño de un quiosco compró 5 cajas, ¿cuántos paquetes de galletas tendrá para vender?”.* Si multiplicamos $5 \cdot 12 = 60$ podemos decir que compró 60 bolsitas de galletas. Pero como cada una de estas bolsas contiene 3 paquetes, multiplicando nuevamente $60 \cdot 3 = 180$ podemos concluir que tiene 180 paquetes para vender en su quiosco.
- *“Sonia ayuda en una fundación y para el día del niño preparará bolsitas de golosinas para 34 chicos de un hogar. Tiene 408 caramelos, 68 chocolatines y 102 chupetines. ¿Cuántas golosinas de cada tipo deberá colocar en cada bolsita?”* Para resolver este problema, basta con dividir cada número en la cantidad de bolsitas que tiene que armar, que son 34: $408 \div 34 = 12$ $68 \div 34 = 2$ $102 \div 34 = 3$. Por lo tanto, en cada bolsita habrá 12 caramelos, 2 chocolatines y 3 chupetines.

En conclusión, podemos decir que la **multiplicación** nos sirve en situaciones que requieren sumar repetidas veces una misma cantidad. En efecto, esta operación es una suma donde todos los sumandos son iguales. Por ejemplo, $60 \cdot 3 = 60 + 60 + 60$. En cuanto a la **división**, podemos utilizarla cuando necesitamos “repartir”.

Ejercicios

1) Realiza las siguientes operaciones. Luego, ¡puedes comprobar con la calculadora que los resultados sean los correctos!

a) $1232 + 2857 + 428 =$

b) $3552 - 1378 =$

c) $25385 + 17279 =$

d) $808 \cdot 25 =$

e) $1236 \cdot 18 =$

f) $420 : 15 =$

g) $65890 - 37597 =$

h) $6720 : 21 =$

2) Lee atentamente las siguientes situaciones problemáticas y resuélvelas. No olvides plantear la operación que uses para resolverla y responder la pregunta.

a) Mario fue a retirar dinero del cajero para pagar los siguientes servicios: $3600 de gas, $5600 de luz y $1450 de teléfono. Si el cajero entrega solamente billetes de $1000, ¿al menos cuántos billetes debe recibir? ¿Cuánto dinero le sobra?

b) En un negocio de cotillón embolsan caramelos en bolsitas de 50 y 25. ¿Cuántas bolsitas de cada tipo se podrían armar con 1550 caramelos?

c) ¿Cuántos baldes de 25 litros se pueden llenar con el agua que contienen 7 tanques de 384 litros cada uno?

d) Para una construcción se necesitan 32 bolsas de cemento de $2800 cada una, y 29 bolsas de cal de $1700 cada una. ¿Cuánto se gastará en esa compra? Si el presupuesto que se puede destinar a la obra es de $250000, ¿cuánto dinero queda para otros gastos?

e) Un auto recorre 378 km con 42 litros de combustible. ¿Cuántos litros consumirá para recorrer 2322 kilómetros?

f) Se quiere realizar una plantación de citrus. Para ello, se dispone de 1582 plantines de limón, 2355 de naranja y 1329 de pomelo. Calcula cuántos plantines hay. Si se quieren plantar los naranjos de modo que formen filas de 17 plantines, ¿Cuántas filas se deberán armar? ¿Sobrarán plantines de naranja?

3) Nora pensó un número y lo dividió por 32, obtuvo como cociente el 27 y como resto 14. ¿Qué número pensó?

4) En la siguiente planilla de un almacén se borró parte de la información. Completa.

Precio por caja	Cantidad de cajas	Precio total
$140	1580	
	230	$52900
$180		$13500
$120	315	

Propiedades de la adición y de la multiplicación

Tanto la adición como la multiplicación de números naturales cumplen las siguientes propiedades:

PROPIEDAD	ADICIÓN	MULTIPLICACIÓN
Conmutativa	$a + b = b + a$ Ejemplo: $20 + 15 = 15 + 20 = 35$	$a \cdot b = b \cdot a$ Ejemplo: $25 \cdot 10 = 10 \cdot 25 = 250$
Asociativa	$(a + b) + c = a + (b + c)$ Ejemplo: $(13 + 7) + 45 = 13 + (7 + 45)$ $20 + 45 = 13 + 52$ $65 = 65$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ Ejemplo: $(5 \cdot 8) \cdot 20 = 5 \cdot (8 \cdot 20)$ $40 \cdot 20 = 5 \cdot 160$ $800 = 800$
Existencia del elemento neutro	$0 + a = a + 0 = a$ Ejemplo: $28 + 0 = 28$	$1 \cdot a = a \cdot 1 = a$ Ejemplo: $25 \cdot 1 = 25$

Además, la multiplicación cumple la **propiedad distributiva** respecto de la suma y resta de números naturales. Veamos los siguientes ejemplos:

4 . (5+10)= 4 . 5 + 4 . 10 =60

4 . (10 - 5) = 4 . 10 - 4 . 5 =20

(2 + 3) . 7= 2 . 7 + 3 . 7 =35

(12 - 4) . 3 = 12 . 3 - 4 . 3 =24

¿Y qué sucede si intentamos aplicar la propiedad asociativa a la resta o a la división? Analicemos estos ejemplos:

* $28 - 15 = 13$, pero si intentamos resolver $15 - 28$ no será posible, pues, como dijimos anteriormente, para que una resta tenga solución en el conjunto de los números naturales, el minuendo debe ser MAYOR que el sustraendo. Por lo tanto la propiedad conmutativa no puede aplicarse a la resta de números naturales.

* $48 : 8 :\ 2 = 3$ Pero si intentamos aplicar la propiedad asociativa, observemos lo que sucede:
$48 :\ (8 : 2) = 48 :\ 4 = 12$ ¡No es el mismo resultado!

Por lo tanto las propiedades conmutativa y asociativa no se cumplen en la resta ni en la división de números naturales.

Ejercicios

1) Completa la siguiente tabla utilizando las propiedades aprendidas.

	Propiedad asociativa	**Propiedad Conmutativa**	**Resultado**
415 + 25 + 80			
40 . 20 . 15			
700. 20 . 5			
123 + 240 + 27			
220 . 2 . 20			
275 + 25 + 48			

2) Completa con los números que correspondan en cada caso.

a) (7 + 5) . 3= 21 + $\boxed{}$ = $\boxed{}$

b) 5 . (11 - 8) = 55 - $\boxed{}$ = $\boxed{}$

c) (9 + 1) . $\boxed{}$ = 81 + $\boxed{}$ = $\boxed{}$

d) ($\boxed{}$ - $\boxed{}$) . 2 = 26 - 10 = $\boxed{}$

Potenciación y Radicación

La **potenciación** es una operación que permite escribir de manera abreviada una multiplicación de factores iguales.

Exponente

$$5^2 = \underbrace{5\,.\,5}_{\text{2 veces}} = 25$$

Base

Potencia o resultado

La **base** es el factor que se repite.
El **exponente** indica la cantidad de veces que se multiplica la base.
En este caso, decimos que "25 es el **cuadrado** de 5".

$2^3 = 2\,.\,2\,.\,2 = 8$ decimos que "8 es el **cubo** de 2"

- Si el exponente es cero, y la base es cualquier número natural, la potencia es igual a 1. $6^0 = 1$
- Si el exponente es 1, y la base cualquier número natural, la potencia es igual a la base. $8^1 = 8$

En otras palabras, para calcular una potencia debo multiplicar al número de la base por sí mismo, tantas veces como lo indique el exponente.

La **radicación** es la operación inversa de la potenciación.
Por ejemplo:

$\sqrt{4} = 2$ porque $2^2 = 4$ Se lee "la raíz **cuadrada** de 4 es 2"

$\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$ Se lee "la raíz **cúbica** de 8 es 2"

Índice

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

Raíz

Radical

Radicando

Operaciones combinadas

Para resolver un cálculo combinando las cuatro operaciones básicas con la potenciación y la radicación se pueden seguir los pasos a continuación:

$12 + 28 : 2^2 - 3 \cdot \sqrt{4} =$

$12 + 28 : 4 - 3 \cdot 2 =$

$12 + 7 - 6 =$

13

1- Separar en términos. (mediante los signos **+** y **-**)
2- Resolver las potencias y raíces.
3- Resolver las multiplicaciones y divisiones.
4- Resolver las sumas y restas.

Si en la operación combinada aparecen paréntesis, se pueden seguir los pasos a continuación:

$(5^2 - 3 \cdot 4) - \sqrt{169} + (6 \cdot 2 - 5) =$

$(25 - 3 \cdot 4) - \sqrt{169} + (6 \cdot 2 - 5) =$

$(25 - 12) - \sqrt{169} + (12 - 5) =$

$13 - \sqrt{169} + 7 =$

$13 - 13 + 7 =$

7

1- Separar en términos.
2- Resolver las operaciones encerradas en los paréntesis (separando en términos).
3- Resolver respetando la jerarquía de las operaciones antes mencionada.

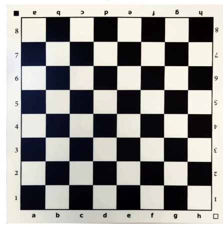
Ejercicios

1) Completa la siguiente tabla siguiendo el primer ejemplo.

Potencia	Se lee…	Se resuelve…
5^2	cinco al cuadrado	$5 \cdot 5 = 25$
…..	cuatro al cuadrado	
		$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
	dos a la sexta	
7^3		
3^5		
	dos a la séptima	
		$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

2) Lee las siguientes situaciones y resuelve. Luego, expresa el cálculo necesario como una potenciación.

   a) Se compran 12 cajas de lápices que contienen 12 lápices cada una. ¿Cuántos lápices hay?
   b) ¿Cuántos fósforos hay en 40 cajas de 40 fósforos cada una?
   c) Calcula cuántos cuadraditos tiene un tablero de ajedrez.
   d) En un depósito hay tarimas en las que caben 6 bolsas de cemento en el ancho, 6 de profundidad y 6 de altura. ¿Cuántas bolsas entran en una tarima?



3) Completa teniendo en cuenta el primer ejemplo.

   a) $\sqrt{16} = 4$ porque $4^2 = 16$
   b) $\sqrt{49} =$ porque…
   c) $\sqrt{144} =$ porque…
   d) $\sqrt[3]{125} =$ porque…
   e) $\sqrt[3]{1000} =$ porque…
   f) $\sqrt[3]{27} =$ porque…

4) Completa las siguientes tablas.

Número	1	36		100	121		400
Raíz cuadrada			9			13	

Número	1	8		216		512	
Raíz cúbica			3		7		1000

Observa las dos tablas y analiza: ¿Qué ocurre con las raíces de 1? ¿Qué conclusión puedes obtener?..

5) Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a) $(52 + 11) : 9 + (15 : 5) =$
b) $(12 + 8) : 2 - (10 - 3) =$
c) $25 + 7 + 40 : 5 - (10 : 5) =$
d) $2 + (8 \cdot 3 - 6) + 4 \cdot 5 - (28 : 2) : 2 + 16 =$
e) $(120 : 15 + 1) \cdot 4 - 102 : 6 + 5 =$
f) $(4 + 7 \cdot 4) : 4 \cdot 2 + 15 \cdot 7 - 11 \cdot 11 =$

g) $56 : 7 + 3^0 =$
h) $2^5 - 4 \cdot \sqrt{36} + 2 =$
i) $3 \cdot 2^3 - \sqrt{49} + (4^2 + 4) : \sqrt[3]{100} =$
j) $5^3 + \sqrt{144} - 3 \cdot 6^2 =$
k) $2 \cdot \sqrt{144} + \sqrt[3]{343} - 5^2 =$

6) Coloca paréntesis donde corresponda para que se verifique la igualdad.

a) $3 \cdot 2 - 1 + \sqrt{49} = 10$

b) $2 + 4 \cdot 5 - 2 + 4 : \sqrt{4} = 27$

c) $5 + 10 : \sqrt{25} + 3 \cdot 2 - 1 = 6$

d) $3 - 2 + 5 + 10 : \sqrt[3]{125} = 4$

Lenguaje coloquial y simbólico

El lenguaje de las palabras, que puede ser oral o escrito, se llama **lenguaje coloquial**. Es el que utilizamos cotidianamente para expresarnos.

En matemática, se utiliza un lenguaje especial llamado **lenguaje simbólico**.

Observa en la siguiente tabla algunos ejemplos para traducir de lenguaje coloquial a simbólico, o viceversa, una expresión matemática.

Lenguaje Coloquial	Lenguaje Simbólico
El **doble** de cinco	**2 .** 5
El **siguiente** de diez	10 **+ 1**
El **anterior** de ocho	8 **- 1**
La **suma** entre dos y ocho	2 **+** 8
La **diferencia** entre siete y cinco	7 **-** 5
La **tercera** parte de quince	15 **: 3**
El **triple** de un número	**3 .** x
El **anterior** de un número	a **- 1**

Para escribir en lenguaje simbólico **un número cualquiera** se utilizan letras de nuestro abecedario. Por ejemplo: **a**, **x**.

Ecuaciones

Una **ecuación** es una igualdad en la que aparece un dato desconocido o incógnita, el cual se representa con una letra. Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita que verifica la igualdad.

$$\underbrace{x + 3}_{1° \text{ miembro}} = \underbrace{11}_{2° \text{ miembro}}$$

Para resolver una ecuación utilizaremos la **propiedad uniforme**: si en una ecuación se suma, resta, multiplica o divide un mismo número en ambos miembros, entonces se obtiene una ecuación equivalente a la dada y por lo tanto se mantiene la igualdad. Observa los siguientes ejemplos:

1)
x + 5 = 17
x + 5 **- 5** = 17 **- 5**
x = 12

2)
2 . x = 18
2 . x **: 2** = 18 **: 2**
x = 9

3)
2 . x + 5 = 19
2 . x + 5 **- 5** = 19 **- 5**
2 . x = 14
2 . x **: 2** = 14 **: 2**
x = 7

Al resolver ecuaciones, también debemos separar en términos para operar correctamente.

Una vez hallado el valor de la incógnita, se **verifica** reemplazandola en la ecuación original:

1) x + 5 = 17	2) 2 . x = 18	3) 2 . x + 5 = 19
12 + 5 = 17	2 . **9** = 18	2 . **7** + 5 = 19
17 = 17	18 = 18	14 + 5 = 19
		19 = 19

Ejercicios

1) Une con flechas cada expresión de la izquierda con la expresión simbólica correspondiente.

La suma entre siete y uno.	
El producto entre veinte y dos.	30 : 3
La tercera parte de treinta.	7 + 1
La diferencia entre quince y ocho	
El cociente entre treinta y el tres.	20 . 2
El doble de veinte.	15 - 8
El siguiente de siete.	

2) Escribe en lenguaje coloquial cada una de las siguientes expresiones,
   a) $45 : 3$ …………………………………………………………………
   b) $2 \,.\, 5 - 7$……………………………………………………………
   c) $x + 10$………………………………………………………………..
   d) $3 \,.\, 4 - 10$…………………………………………………………
   e) $2 \,.\, x = 8$…………………………………………………………..

3) Escribe en cada caso el cálculo correspondiente y resuelve.
   a) La suma entre el doble de quince y cuatro.
   b) La diferencia entre cien y treinta y nueve.
   c) El producto entre siete y ocho.
   d) El siguiente del doble de cinco.
   e) El doble del anterior de cincuenta.
   f) El cociente entre el cuadrado de ocho y el siguiente de tres.

4) Une cada ecuación con el valor que la verifica.

x + 5 = 18	x = 24
5 . x = 75	x = 63
x - 3 = 21	x = 15
x : 7 = 9	x = 13
3 . x + 1= 10	x = 3

5) Resuelve las siguientes ecuaciones y verifica la solución encontrada.

a) $x + 9 = 25$

b) $8 \cdot a = 24$

c) $x : 4 = 36$

d) $y - 4 = 47$

e) $2 \cdot x + 7 = 11$

f) $x - 25 = 30$

g) $x + 12 = 27$

h) $3 \cdot x - 5 = 31$

i) $7 \cdot x + 2 = 30$

j) $x \cdot 10 + 2 = 32$

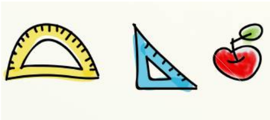
6) Marca con una X la ecuación que corresponde al problema.

a) Nicolás y su familia fueron al zoológico. En total eran 2 adultos y 4 menores. Si la entrada de los adultos cuesta $150 y en total pagaron $620, ¿cuánto cuesta la entrada para los menores?

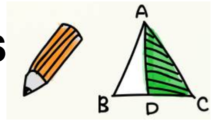
4 . 150 + 2 . x =620 ☐ 2 . 150 + 4 . x =620 ☐ 2 . 150 + x =620 ☐

b) En el supermercado hay una oferta de 6 barras de chocolate y cinco paquetes de galletitas por $4600. Si cada paquete de galletitas cuesta $200, ¿cuál es el precio de cada barra de chocolate?

5 . x + 6 . 200 =4600 ☐ x + 5. 200 =4600 ☐ 6 . x + 5 . 200 =4600 ☐



MÚLTIPLOS Y DIVISORES



Un número es **múltiplo** de otro (distinto de cero) cuando al dividirlos se obtiene resto cero. Un múltiplo de un número se obtiene multiplicando a éste por cualquier número natural.
Por ejemplo: los múltiplos de 6 se obtienen multiplicando el 6 por un número natural.
$6 \cdot 0 = 0$ $6 \cdot 1 = 6$ $6 \cdot 2 = 12$ $6 \cdot 3 = 18$

Por lo tanto, los números 0,6,12 y 18 son múltiplos de 6.

Un **divisor** es un número que divide exactamente a otro.
Por ejemplo: 4 es divisor de 20, porque $20 : 4 = 5$. Entonces se dice que 20 es divisible por 4 y por 5.

Observaciones:
- El 0 es múltiplo de todos los números.
- El 0 no es divisor de ningún número.
- El 0 tiene infinitos divisores, excepto el 0.
- El 1 es divisor de todos los números.
- Todo número natural, excepto el 0, tiene de divisores a 1 y sí mismo.

Criterios de divisibilidad

Los criterios de divisibilidad son reglas que sirven para conocer si un número es divisible por otro sin realizar la división.

Un número es divisible por…	Cuando:	Ejemplos
2	Su última cifra es par.	92; 38; 1246; 200
3	La suma de sus cifras es un múltiplo de 3.	423 → 4+2+3=9
4	Sus dos últimas cifras son 0 o múltiplos de 4.	316; 500; 1528
5	Su última cifra es 0 o 5.	35; 3000; 4865
6	Es divisible por 2 y por 3 simultáneamente.	312; 420; 534
8	Sus tres últimas cifras son 0 o múltiplos de 8.	5000; 5480; 6064
9	La suma de sus cifras es un múltiplo de 9.	549 → 5+4+9=18
10	Su última cifra es 0.	8250; 690; 30.

Un número natural es **primo** cuando tiene exactamente dos divisores: el mismo número y el 1. Por ejemplo: 2, 3, 17, 23, 31 son primos.
Un número es **compuesto** cuando tiene más de dos divisores. Por ejemplo: 4, 6, 8, 27 son compuestos.
El número 1 no es primo ni compuesto.
Dos números son **coprimos** cuando no tienen divisores en común, además del 1.
Por ejemplo: 3 y 14 son coprimos.
4 y 25 son coprimos.
Todos los números primos son coprimos entre sí.

Ejercicios

1) Escribe todos los divisores de los siguientes números.
   a) 27 ______________________________
   b) 48 ______________________________
   c) 90 ______________________________
   d) 37 ______________________________
   e) 66 ______________________________
   f) 50 ______________________________

2) Marca con una **X** la columna que corresponda.

Divisible por…	2	3	4	5	6	8	9	10
204								
405								
704								
1000								
1800								
2750								

3) Completa con la cifra que falta para que el número cumpla con la condición dada.
   a) 292 $\boxed{}$ es múltiplo de 5.
   b) $\boxed{}$ 137 es divisible por 3.
   c) 83 $\boxed{}$ es múltiplo de 5, pero no de 2.
   d) 41 $\boxed{}$ es divisible por 2 y por 3.

4) Coloca **P** (primo) o **C** (compuesto) según corresponda.

a) 28 ☐ f) 51 ☐

b) 57 ☐ g) 74 ☐

c) 29 ☐ h) 61 ☐

d) 143 ☐ i) 69 ☐

e) 19 ☐ j) 34 ☐

5) Coloca **V** (verdadero) o **F** (Falso) según corresponda.

a) El número 2 es coprimo con cualquier número impar.
b) El producto de dos números primos es un número compuesto.
c) El 1 es un número primo.
d) 11 y 38 son coprimos.
e) Dos números compuestos no pueden ser coprimos.
f) Dos números primos siempre son coprimos.

Factoreo de un número natural

Todo número compuesto puede escribirse como el producto de dos o más factores primos. Esta forma de expresar un número se llama **factorización** o **descomposición en factores primos**.

Un número se puede factorizar de dos maneras diferentes:

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

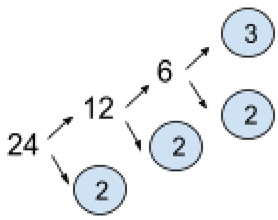


Diagrama de árbol

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

Múltiplo común menor (MCM) y Divisor común mayor (DCM)

El **múltiplo común menor** (MCM) entre dos o más números es el menor de todos los múltiplos comunes que tienen esos números.
Por ejemplo:

Los múltiplos de 2 son: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12…

Los múltiplos de 3 son: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18…

0, 6 y 12 son algunos de los múltiplos comunes entre 2 y 3.
Sin tener en cuenta al 0 (pues es múltiplo de todos los números), **6** es el menor de los múltiplos comunes.

El MCM(2;3) = **6**

El **divisor común mayor** (DCM) entre dos o más números es el mayor de todos los divisores comunes que tienen esos números.
Por ejemplo:

Los divisores de 24 son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.

Los divisores de 32 son: 1, 2, 4, 8, 16 y 32

1, 2, 4 y 8 son todos los divisores comunes entre 24 y 32. De ellos, el mayor es **8.**

El DCM(24;32) = **8**

Una manera práctica de hallar el MCM y el DCM de dos o más números es utilizar la forma factorizada de dichos números.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

Para hallar el **MCM** entre dos o más números multiplicamos los factores primos **no comunes** y **comunes** de los números, con su **mayor exponente**.

$8 = 2^3$ $\quad 12 = 2^2 \cdot 3$ $\quad 16 = 2^4$

MCM (8; 12; 16) = $2^4 \cdot 3$
$= 16 \cdot 3$
$= 48$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Para hallar el **DCM** entre dos o más números multiplicamos los factores primos **comunes** de los números, con su **menor exponente**.

$24 = 2^3 \cdot 3$ $\quad 32 = 2^5$ $\quad 40 = 2^3 \cdot 5$

DCM (24; 32; 40) = 2^3
$= 8$

Saber cómo hallar el DCM o el MCM entre dos números también puede ayudarnos a resolver algunas situaciones problemáticas. Observa los siguientes ejemplos:

1) Mariana debe tomar dos pastillas: una cada 6 horas y la otra cada 9 horas. Si a cierta hora toma las dos pastillas juntas, ¿después de cuántas horas volverá a tomarlas simultáneamente?

Solución: en este tipo de situaciones en las que dos o más sucesos se repiten periódicamente y necesitamos saber cuándo ocurrirán simultáneamente lo antes posible, podemos calcular el MCM entre esos números que representan la periodicidad de los sucesos.

$6 = 2 \cdot 3$ y $9 = 3^2$ entonces, según la regla práctica aprendida, elegimos los factores primos no comunes (2), y comunes con su mayor exponente (3^2), por lo tanto el MCM(6;9)= $2 \cdot 3^2 = 18$.

Respuesta: Mariana volverá a tomar las dos pastillas simultáneamente luego de 18 horas.

2) Lucas se fue de vacaciones y compró para repartir a sus amigos 48 mini alfajorcitos y 36 bombones. Quiere formar bolsitas de modo que cada amigo reciba lo mismo. ¿Cuál es la mayor cantidad de bolsitas que podrá preparar, y cuántas golosinas de cada una deberá poner?

Solución: en este tipo de situación, como debemos dividir o repartir, el cálculo del DCM nos permitirá determinar el mayor número posible de bolsitas iguales que podrá preparar.

$48 = 2^4 \cdot 3$ y $36 = 2^2 \cdot 3^2$ elegimos solamente factores primos comunes con su menor exponente (2^2 y 3), por lo tanto el DCM(48, 36)= $2^2 \cdot 3 = 12$.

Respuesta: Lucas podrá preparar 12 bolsitas iguales. En cada una deberá colocar: $48 : 12 = 4$ alfajorcitos y $36 : 12 = 3$ bombones.

Ejercicios

1) Une cada número con su correspondiente factoreo.

16 | 45 | 18 | 60 | 30

$2^2 \cdot 3 \cdot 5$ | $3^2 \cdot 5$ | $2 \cdot 3^2 \cdot 5$ | $2 \cdot 3 \cdot 5$ | 2^4 | $2 \cdot 3^2$

2) Factoriza cada uno de los siguientes números.

a) 8
b) 28
c) 100
d) 125
e)

e) 50
f) 48
g) 72
h) 120

3) Calcula:

a) MCM (9 y 15)
b) MCM (18 y 24)
c) MCM (6,10 y 15)
d) MCM (8,14 y 21)
e) MCM (12,20 y 45)

f) DCM (12 y 20)
g) DCM (32 y 56)
h) DCM (45 y 60)
i) DCM (36,48 y 60)
j) DCM (48,96 y 144)

4) Plantea y resuelve.

a) ¿Cuál es el menor número de dos cifras que es múltiplo de 6 y de 4?

b) ¿Cuál es el menor número de dos cifras que es múltiplo de 6 y de 15?

c) Lucía, Juana y Gabriela trabajan como azafatas para distintas compañías aéreas. Cada vez que se encuentran, almuerzan o cenan juntas en el aeropuerto de Buenos Aires. Lucía vuela a Buenos Aires cada 6 días, Juana cada 8, y Gabriela cada 12. Si almorzaron juntas el 1 de junio, ¿cuándo volverán a encontrarse?

d) El centro de estudiantes de la EAS organiza diferentes actividades para recaudar fondos para la semana del estudiante. Cada 4 semanas se realiza un torneo deportivo, cada 6 una matiné, y cada 3 una rifa. ¿Luego de cuántas semanas coincidirán los tres tipos de actividades?

e) Luz tiene 240 globos blancos y 360 celestes y los usará para decorar un salón. Si los ubica en grupos de manera que cada uno tenga la misma cantidad de globos de cada color, ¿cuántos grupos puede hacer como máximo? ¿Cuántos globos de cada color tendrá cada grupo?

f) En una fundación se recolectaron 24 sacos, 36 camperas y 54 buzos. Si quieren formar cajas iguales para repartir en distintos hogares, ¿cuál es la mayor cantidad de cajas que se puede armar? ¿Cuántas prendas de cada tipo tendrá cada caja?

5) Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda. Justifica todas las respuestas.

a) El DCM (100; 20) es 10.___
b) La factorización de 36 es $4 \cdot 3^2$.___
c) Dos números cuyo DCM es 1 son coprimos.___
d) El MCM (30; 45 y 150) es 225.___
e) El MCM de dos números coprimos es su producto.___

CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES

Los **números racionales** están compuestos por las **expresiones fraccionarias** y las **expresiones decimales**.
A los números racionales podemos ubicarlos en la recta numérica, graficarlos y operar con ellos (es decir, sumarlos, restarlos, multiplicarlos o dividirlos).

Números Fraccionarios

Un **número fraccionario** es un cociente entre dos números naturales, los cuales indican partes de un entero.
Por ejemplo, el cociente entre 2 y 3

Se escribe $\frac{2}{3}$

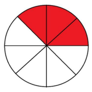
donde 2 se llama **numerador** y 3 se llama **denominador**
Y se lee: *"dos tercios"*
El denominador indica en cuántas partes se divide el entero, y el numerador indica cuántas partes se seleccionan del entero.

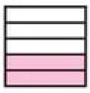
Gráficamente

Representado en la recta numérica

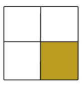
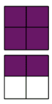
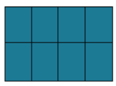
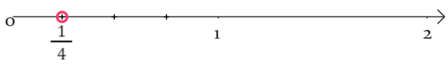
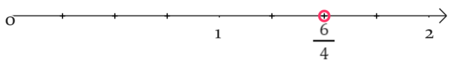
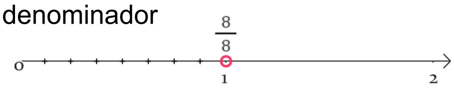
Pensemos para qué situaciones podemos utilizar fracciones:

- *"Me comí tres octavos de la pizza "*.

  Lo escribimos $\frac{3}{8}$ y lo graficamos 
- *"El vaso está lleno hasta las dos quintas partes"*.

  Lo escribimos $\frac{2}{5}$ y lo graficamos 

Las fracciones pueden clasificarse en:

Fracción propia	Fracción impropia	Fracción aparente
 $= \frac{1}{4}$	 $= \frac{6}{4}$	 $= \frac{8}{8}$
El numerador es menor que el denominador	El numerador es mayor que el denominador	El numerador es un múltiplo del denominador
		

Como las **fracciones aparentes** siempre representan un **número entero**, podemos transformar un número entero en una fracción aparente:

$2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{10}{5} = \ldots$

Ejercicios

1) a) Grafica los siguientes números fraccionarios:

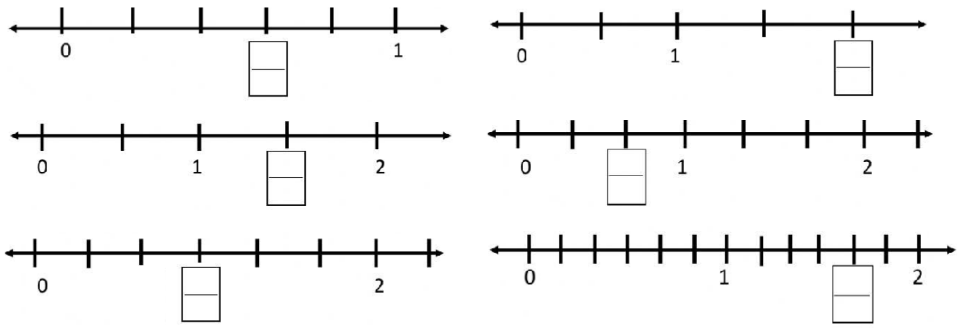
$\frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{3}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{7}{7}$

b) ¿Cómo se lee cada uno?

c) Escribe en cada caso, si se trata de una fracción propia, impropia o aparente.

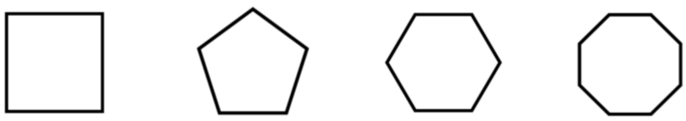
d) Representa cada fracción en su recta numérica.

2) Escribe la fracción representada en el recuadro ubicado en cada recta numérica:



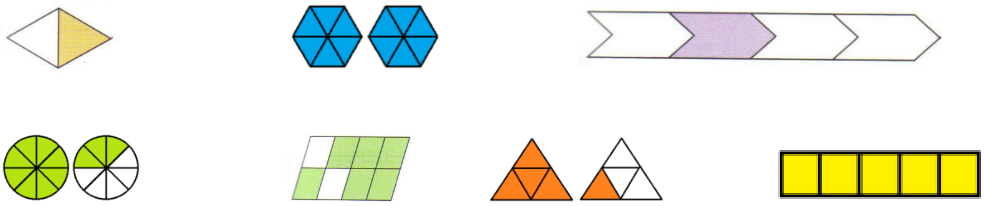
¿Cómo se lee cada fracción? Indica en cada una si se trata de una fracción propia, impropia o aparente.

3) Representa en cada polígono regular la fracción indicada:



$\frac{1}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{8}$

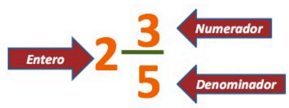
4) Escribe la fracción representada:

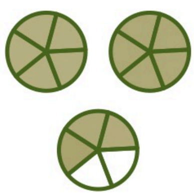


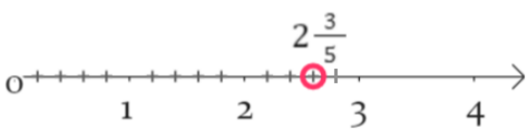
Número Mixto

Un **número mixto** está formado por un número entero y una fracción propia.

Por ejemplo el número mixto $2\frac{3}{5}$. Se lee *"dos enteros y tres quintos"*, y puede graficarse y representarse en la recta numérica de la siguiente manera:

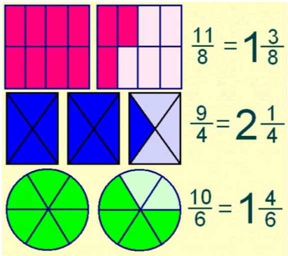






Entonces los números mixtos pueden convertirse en fracciones impropias y viceversa.

Veamos algunos ejemplos:

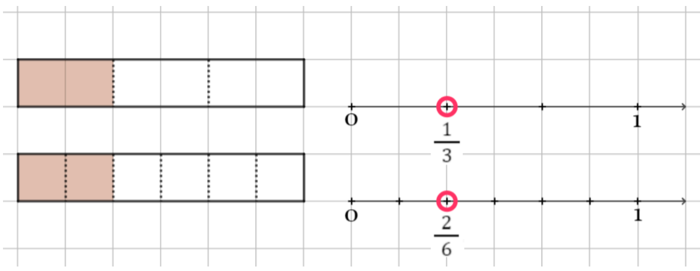


¿Cómo convertimos un número mixto en fracción, y una fracción en número mixto?

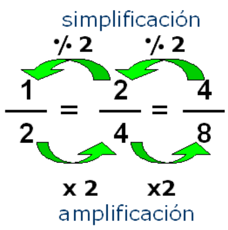
Fracciones equivalentes

Se llama **fracciones equivalentes** a las fracciones que representan un mismo número.

Por ejemplo $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ son equivalentes:



Existen dos procedimientos para obtener una fracción equivalente a la dada:



Amplificación: Se multiplica el numerador y el denominador por un mismo número natural distinto de cero.

Simplificación: Se divide el numerador y el denominador por un mismo número natural que sea divisor de ambos.

Las fracciones que no se pueden simplificar se llaman **irreducibles**.

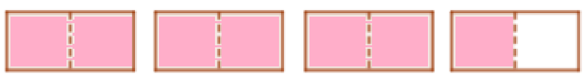
Por ejemplo $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{20}{7}$

Operaciones

- **Suma:** para sumar dos fracciones, éstas deben tener el mismo denominador.
  - Si ya lo tienen, se suman los numeradores y se escribe el mismo denominador: $\frac{7}{5}+\frac{1}{5}=\frac{7+1}{5}=\frac{8}{5}$
  - Si no lo tienen, se buscan fracciones equivalentes a las dadas cuyo denominador común sea el MCM entre los denominadores dados: $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{7}{6}$
- **Resta:** para restar dos fracciones, éstas deben tener el mismo denominador.
  - Si ya lo tienen, se restan los numeradores y se escribe el mismo denominador: $\frac{10}{3}-\frac{8}{3}=\frac{10-8}{3}=\frac{2}{3}$
  - Si no lo tienen, se buscan fracciones equivalentes a las dadas cuyo denominador común sea el MCM entre los denominadores dados: $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$
- **Multiplicación:** para multiplicar dos fracciones se multiplican entre sí los numeradores y los denominadores. Siempre que se pueda, es conveniente simplificar antes de realizar la multiplicación: $\frac{4}{\underset{1}{\cancel{5}}}\cdot\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{3}=\frac{4\cdot 2}{1\cdot 3}=\frac{8}{3}$
- **División:** para dividir dos fracciones se multiplica cruzado, se simplifica si se puede y se obtiene el resultado: $\frac{2}{9}:\frac{1}{3}=\frac{2\cdot\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}}\cdot 1}=\frac{2}{3}$

Ejercicios

1) Completa la tabla:

Fracción	Número mixto	Gráfica
$\frac{18}{4}$		
	$5\frac{1}{3}$	
$\frac{20}{3}$		
		

2) Responde:

a) ¿En cuántos tercios excede $\frac{7}{3}$ a un entero?

b) ¿Cuántos cuartos le faltan a $\frac{5}{4}$ para ser igual a $2\frac{1}{4}$?

c) ¿Cuántos tercios le faltan a $\frac{10}{3}$ para ser igual a $4\frac{1}{3}$?

3) Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=$ b) $\frac{1}{2}-\frac{2}{5}=$ c) $\frac{1}{3}+1+\frac{5}{6}=$

d) $\frac{1}{6}+\frac{2}{5}-\frac{3}{10}=$ e) $\frac{2}{9}\cdot\frac{15}{4}=$ f) $3\cdot\frac{5}{7}=$

g) $\frac{4}{21}:\frac{8}{7}=$ h) $\frac{1}{2}:4=$ i) $3+\frac{1}{2}\cdot 2-\frac{5}{2}=$

j) $\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}\right):\frac{4}{3}=$ k) $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}:\frac{2}{3}=$ j) $\frac{12}{5}\cdot\left(\frac{7}{2}-\frac{9}{4}\right)+\frac{1}{2}=$

4) Resuelve las situaciones problemáticas:

a) Paula se tomó $\frac{2}{3}$ de la botella de agua y luego se tomó $\frac{1}{6}$ de la botella. ¿Qué fracción de la botella de agua se tomó Paula?

b) Juan compró una cartulina amarilla para hacer tarjetas: Con $\frac{1}{2}$ de la cartulina hizo tarjetas para sus amigos y con $\frac{2}{5}$ de la cartulina hizo tarjetas para su familia. ¿Qué fracción de la cartulina le queda a Juan?

c) Para sembrar semillas en la Escuela de Agricultura, el profe destinó $\frac{1}{3}$ del terreno para las semillas de acelga, $\frac{4}{9}$ del terreno para las semillas de lechuga, y $\frac{4}{18}$ del terreno para las semillas de perejil. ¿Habrá cubierto todo el terreno o le habrá quedado una parte sin sembrar?

d) ¿Cuántas bolsitas de $\frac{3}{4}kg$ se necesitan para envasar $9kg$ de azúcar?

e) ¿Cuántos vasos de $\frac{2}{7}$ de litro se pueden llenar con un bidón de jugo de 4 litros?

5) a) Completa el cuadro siguiendo las referencias:

A1. La mitad de $\frac{1}{4}$

A2. El triple de $\frac{2}{9}$

A3. El resultado de $10:\frac{60}{4}$

A4. El doble de $\frac{3}{4}$

B1. El doble de $\frac{1}{3}$

B2. El resultado de $\frac{100}{50}\cdot\frac{1}{10}$

B3. El resultado de $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$

B4. El resultado de $2-\frac{1}{2}$

C1. El doble de $\frac{1}{4}$

C2. El resultado de $8:\frac{1}{4}$

C3. El resultado de $1\cdot\frac{3}{4}$

C4. El triple de $\frac{1}{4}$

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

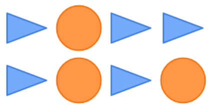
b) Pinta de color azul los casilleros en donde el número es una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$

c) Pinta de color rojo los casilleros en donde el número es una fracción equivalente a $\frac{1}{5}$

d) Pinta de color verde los casilleros en donde el número es una fracción equivalente a $\frac{3}{4}$

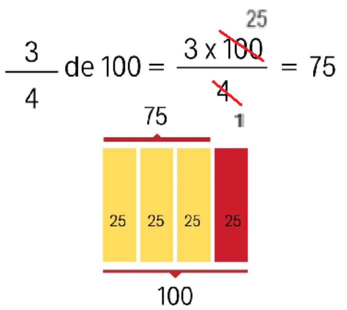
Fracción de un grupo

La **fracción de un grupo** nos permite representar el conjunto de objetos iguales que tenemos dentro de una colección.



Por ejemplo en esta colección de figuras geométricas, los círculos representan las $\frac{3}{8}$ partes del grupo y los triángulos representan las $\frac{5}{8}$ partes del grupo. Es decir que, para escribir el denominador, contamos la cantidad total de objetos que tiene el grupo, y para escribir el numerador, contamos la cantidad de objetos iguales dentro del grupo.

Fracción de un número



Calcular la **fracción de un número** es lo mismo que multiplicar la fracción por un número entero. ¡No hay que olvidarse de simplificar!

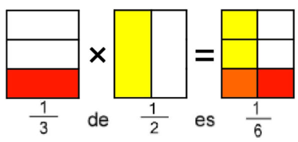
Pensemos en qué situaciones podemos utilizar la fracción de un número:

- *"De la docena de empanadas que compré, $\frac{4}{3}$ son de carne, $\frac{1}{4}$ son de pollo y $\frac{1}{12}$ son de queso. ¿Cuántas empanadas de cada clase compré?".* Para responder esta pregunta debemos calcular:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{4}{3} \text{ de } 12 = \frac{4}{3} \cdot 12 = \frac{4 \cdot 12}{3} = 8 \\ \frac{1}{4} \text{ de } 12 = \frac{1}{4} \cdot 12 = \frac{1 \cdot 12}{4} = 3 \\ \frac{1}{12} \text{ de } 12 = \frac{1}{12} \cdot 12 = \frac{1 \cdot 12}{12} = 1 \end{array}\right\}$$

Entonces compré 8 empanadas de carne, 3 empanadas de pollo y 1 empanada de queso.

Fracción de fracción



Calcular la **fracción de una fracción** es lo mismo que multiplicar ambas fracciones. ¡No hay que olvidarse de simplificar cuando sea posible!

Pensemos en qué situaciones podemos utilizar la fracción de fracción:

- *"Pinté una pared de mi casa de tres colores distintos. Pinté de verde las $\frac{2}{3}$ partes. De lo que quedaba, pinté de morado las $\frac{3}{5}$ partes y de naranja las $\frac{2}{5}$ partes. ¿Qué parte del total de la pared pinté de cada color?".* Para resolver este problema debemos pensar que, cuando hablamos del morado y el naranja, tenemos que tener en cuenta que son partes de **lo que queda del total**, entonces debemos calcular primero qué parte queda después de haber pintado con verde. Si la pared completa es el entero, debo restarle lo que pinté de verde: $1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, entonces me queda $\frac{1}{3}$ de la pared para los otros colores:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{5} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15} \end{array}\right\}$$

Entonces pinté de verde las $\frac{2}{3}$ partes de la pared, de morado la $\frac{1}{5}$ parte de la pared, y de naranja las $\frac{2}{15}$ partes de la pared.

Ejercicios

Resuelve las situaciones problemáticas:

1) A Juliana le contaron que en la Escuela de Agricultura hay plantaciones de árboles cítricos. Le dijeron que, del total de citrus, $\frac{2}{5}$ son árboles de limón, $\frac{1}{3}$ son árboles de naranja, $\frac{1}{6}$ son árboles de pomelo, y el resto son árboles de mandarina.

a) ¿Qué fracción del total de árboles representan los árboles de mandarina?

b) Si en total en la Escuela de Agricultura, hay 30 árboles ¿cuántos árboles de cada clase hay?

2) Pablo ganó en la rifa de la escuela, una canasta de alfajores. En ella hay 6 de chocolate blanco, 9 de chocolate negro y 12 de dulce de membrillo.

a) ¿Qué fracción del total representan los alfajores blancos? ¿Qué fracción del total representan los alfajores negros? ¿Qué fracción del total representan los alfajores de dulce de membrillo?

b) Si Pablo ya se comió las $\frac{2}{9}$ partes del total de alfajores, ¿cuántos alfajores le quedan?

3) Amanda está estudiando Historia para rendir el examen final. El martes estudió $\frac{2}{5}$ partes de toda la materia y el miércoles estudió $\frac{2}{3}$ de lo que le quedaba. ¿Qué fracción del total le falta para terminar de estudiar?

4) Martina y Felipe están recolectando los huevos de los gallineros de la Escuela. Martina juntó $\frac{1}{3}$ del total de huevos y Felipe juntó $\frac{2}{5}$ de lo que quedaba.

a) ¿Qué fracción del total recolectó Felipe?
b) ¿Qué fracción del total les falta juntar?
c) Si en total había 360 huevos, ¿Cuántos huevos juntó cada uno?
5) Lucía compró una caja con bolsitas de caramelos. Cada bolsita contiene 5 caramelos de miel, 3 caramelos de menta y 7 caramelos de dulce de leche.
a) ¿Qué fracción del total representan los caramelos de miel? ¿Qué fracción del total representan los caramelos de menta? ¿Qué fracción del total representan los caramelos de dulce de leche?
b) La caja contenía 45 bolsitas y Lucía ya se comió $\frac{2}{5}$ del total de caramelos de miel. ¿Cuántos caramelos de miel le quedan en la caja?
c) ¿Cuántas bolsitas tuvo que abrir para comerse esa cantidad de caramelos de miel?

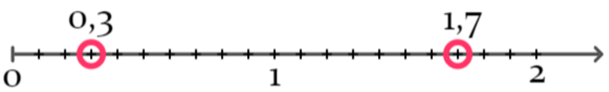
Números Decimales

Un **número decimal** es un número formado por una parte entera y una parte decimal, separadas por una coma.
Al igual que los números naturales, los números decimales tienen un valor posicional. En la parte entera podemos encontrar cifras que estén en el lugar de las unidades, de las decenas, de las centenas, etc. Y en la parte decimal podemos encontrar cifras que estén en el lugar de las décimas, de las centésimas, de las milésimas, etc.

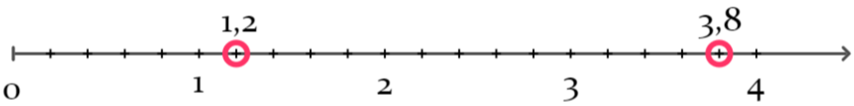
Por ejemplo, el número decimal:

- 3,2 se lee *“tres enteros y dos décimos”*
- 8,75 se lee *“ocho enteros y setenta y cinco centésimos”*
- 6,125 se lee *“seis enteros y ciento veinticinco milésimos”*

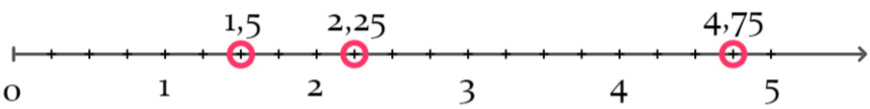
Para representar números decimales en la recta numérica debemos elegir una escala conveniente que nos permita ubicar los números que queremos. Por ejemplo:
- Si los números que queremos ubicar son 0,3 y 1,7 nos conviene dividir el entero en diez partes iguales, así cada segmento dentro de la recta corresponderá a *0,1 unidades*.



- Si los números que queremos ubicar son 1,2 y 3,8 nos conviene dividir el entero en cinco partes iguales, así cada segmento dentro de la recta corresponderá a *0,2 unidades*.



- Si los números que queremos ubicar son 1,5 ; 2,25 y 4,75 nos conviene dividir el entero en cuatro partes iguales, así cada segmento dentro de la recta corresponderá a *0,25 unidades*.



De número decimal a fracción decimal y viceversa

Los números decimales pueden escribirse como fracciones decimales.

Por ejemplo:

$$21,3 = \frac{213}{10}$$

Para encontrar la fracción decimal equivalente al número, lo que hacemos es escribir en el **numerador**, el *número completo sin la coma*. Y en el **denominador**, la *unidad seguida de ceros con tantos ceros como cifras decimales tenga el número decimal.*

$$2,35 = \frac{235}{100} = \frac{47}{20}$$

Cuando vamos a usar la fracción decimal para hacer alguna operación, es conveniente simplificarla para obtener una fracción equivalente a ella que sea irreducible.

$$0,083 = \frac{0083}{1000} = \frac{83}{1000}$$

¡Cuidado con los ceros a la izquierda! Lo mismo debemos contarlos (si son cifras decimales) para escribir bien el denominador.

De la misma manera, si lo que tenemos es una fracción decimal, podemos escribirla como un número decimal.

Por ejemplo:

$$\frac{71}{10} = 7,1$$

$$\frac{29}{100} = 0,29$$

$$\frac{2}{1000} = 0,002$$

Para escribir el número equivalente a la fracción decimal, lo que hacemos es *escribir lo que dice en el numerador*. Luego, para saber donde *ubicar la coma*, debemos contar cuántos ceros tiene la unidad seguida de ceros que está en el denominador, y contar de derecha a izquierda los lugares ocupados por las cifras del número que habíamos escrito. Si quedan lugares vacíos, debemos llenarlos con ceros.

¡Puedes comprobar con la calculadora todos los resultados anteriores dividiendo el numerador en el denominador!

Operaciones

- **Suma:** Para sumar dos números decimales debemos tener mucho cuidado de alinear las comas, porque eso nos asegurará que la parte entera de cada sumando esté en la misma columna. Si quedan espacios vacíos, los rellenamos con ceros y comenzamos a operar. Por ejemplo: $3,865 + 17,9 + 4 =$

$$\begin{array}{rr@{,}l} & 3 & 865 \\ + & 17 & 900 \\ & 4 & 000 \\ \hline & 25 & 765 \end{array}$$

- **Resta:** Para restar dos números decimales, debemos trabajar de la misma manera que con la suma, pero restando. Por ejemplo: $39,15\ -\ 6,248\ =$

$$\begin{array}{rr} & 39,150 \\ - & 6,248 \\ \hline & 32,902 \end{array}$$

- **Multiplicación:** Para multiplicar dos números decimales debemos realizar la multiplicación como siempre, pero a la coma debemos ponerla solamente al final, cuando ya hayamos terminado de operar. ¿Cómo sabemos dónde ubicarla? Contamos la cantidad de cifras decimales que tiene cada factor y las sumamos. Eso nos indica la cantidad de cifras decimales que debe tener el resultado. Por ejemplo: $6,38\ \times\ 1,2\ =$

$$\begin{array}{rr} & 6,38 \\ \times & 1,2 \\ \hline & 1276 \\ + & 638- \\ \hline & 7,656 \end{array}$$

- **División:** Para dividir un número decimal en un número natural debemos realizar la división como siempre, pero al bajar (para dividir) la primera cifra decimal, en ese mismo momento debemos poner la coma en el cociente y continuar dividiendo. Por ejemplo: $12,614 : 7\ =$

Bajo la primera cifra decimal

$$\begin{array}{r|l} 12,614 & 7 \\ \cline{2-2} 5\ 6\quad\ \, & 1,802 \\ 01\ \ \, & \\ 14\ \, & \\ 0\ \, & \end{array}$$

Pongo la coma

Para dividir un número decimal en otro número decimal debemos transformar el divisor en un número natural. ¿Cómo lo hacemos? Debemos multiplicar, tanto dividendo como divisor, por la unidad seguida de ceros con tantos ceros como cifras decimales tiene el divisor. Entonces nos quedará una división que ya podemos efectuar. Por ejemplo: $14,75 : 2,5\ =$

$$14,75 : 2,5\ =$$
$$(14,75\ \times\ 10) : (2,5\ \times\ 10) =$$
$$147,5 : 25\ =$$

Ejercicios

1) Ubica cada número en su recta numérica:

$3,5$ $\quad 0,6$ $\quad 1,9$ $\quad 1,8$ $\quad 2,25$ $\quad 0,5$

2) Convierte en fracción decimal o en número decimal según corresponda. Y escribe cómo se lee cada uno:

$1,7$ $\quad 0,23$ $\quad \frac{53}{10}$ $\quad 0,04$ $\quad \frac{27}{100}$

$\frac{149}{10}$ $\quad 13,1$ $\quad \frac{1}{100}$ $\quad \frac{9}{1000}$ $\quad 0,006$

3) Realiza las siguientes operaciones:

a) $12,5 + 3,91 =$ b) $7,54 + 25 =$ c) $7,1 - 2,75 =$

d) $14 - 0,55 =$ e) $1,2 \times 2,3 =$ f) $4 \times 0,25 =$

g) $3,5 \times 0,05 =$ h) $71,6 : 4 =$ i) $24 : 0,3 =$

j) $31,44 : 2,4 =$ k) $2,1 - 3,1 \times 0,4 =$

l) $5,4 : 2 + 1,65 =$ m) $3 \times (1,2 - 0,55) =$

n) $(2,65 + 3 \times 1,4) : 0,5 =$ o) $1,5 + (34 - 2,54 : 0,2) \times 1,4 =$

4) Resuelve las situaciones problemáticas:

a) Ana y Martín y Jorge almorzaron en el bar de la escuela. Ana pidió una porción de tarta, un vaso de jugo y un helado. Martín compró un plato de pollo con ensalada, un vaso de jugo y un flan, y Jorge almorzó milanesa con puré, un agua mineral y un helado. ¿Cuánto dinero debe pagar cada uno?

LISTA DE PRECIOS

Tarta (porción)	$275,5
Pollo con ensalada	$360,5
Milanesa con puré	$385,9
Jugo de frutas	$90,75
Agua mineral	$46,5
Helado	$105,2
Flan	$142

b) Benjamín compró en la verdulería $2,5\ kg$ de papas, $1,5\ kg$ de tomates y $0,5\ kg$ de lechuga.

1 Kg de papas	$35,6
1 Kg de tomates	$105,3
1 Kg de lechuga	$64,2

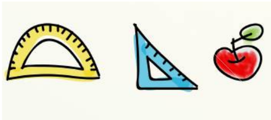
- ¿Cuánto dinero gastó en total?
- ¿Cuánto dinero recibió de vuelto si pagó con $\$400$?

c) Sofía compró para sus 5 perros, $6,25\ kg$ de alimento balanceado.

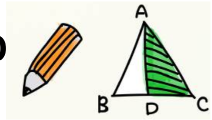
- ¿Cuánto alimento balanceado le corresponde a cada perro?
- Si el kg de alimento balanceado cuesta $\$130,8$. ¿Cuánto gastó en total?

d) Mayra llevará para compartir en una fiesta, un bidón de jugo de naranja de $3,75\ litros$.

- Quiere saber cuántos vasos podrá servir, si calcula que en cada vaso entran $0,25\ litros$ de jugo.
- Como le parece que es muy poco, llevará también 2 cajas de limonada de $1,75\ litros$ cada una. ¿Cuántos vasos podrá servir en total entre el jugo de naranja y la limonada?
- Cuando terminó la fiesta le sobraron 2 vasos de limonada y 3 vasos de jugo de naranja. ¿Cuánta bebida tomaron en total en la fiesta?



PROPORCIONALIDAD



La **proporcionalidad** es una relación constante entre dos magnitudes. Dependiendo de cómo sea esa relación, la proporcionalidad entre ellas será **directa** o **inversa**.

Proporcionalidad directa

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si, al aumentar una, también aumenta la otra. O bien si, al disminuir una, también disminuye la otra. Por ejemplo cuando estamos cocinando y queremos calcular la misma receta pero para más personas. Si queremos que la receta siga siendo la misma, tendremos que aumentar la cantidad en los ingredientes de manera proporcional: si ponemos el doble de huevos, también tendremos que poner el doble de harina.

Proporcionalidad inversa

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si, al aumentar una, la otra disminuye; o viceversa. Por ejemplo, si nos juntamos varias amigas y amigos para hacer un regalo y dividimos el costo del regalo en partes iguales, pero más amigos quieren participar. Entonces la cantidad de dinero que debemos poner disminuirá proporcionalmente: si somos el doble de personas para poner el dinero, cada uno tendrá que poner la mitad de lo que debía poner inicialmente.

Regla de tres simple

Para resolver problemas de proporcionalidad, una de las técnicas más usadas es la **regla de tres simple**. Esta técnica consiste en identificar las magnitudes, determinar si su relación es directa o inversa y por último, encontrar el valor desconocido.

Por ejemplo:

- *Un auto gasta 15 litros de nafta cada 125 km. ¿Cuántos litros gastará si quiere ir a una ciudad que está a 650 km?*

  Las magnitudes son: **litros de nafta** y **km de distancia**

  La relación entre ellas es **directa**, porque cuantos más km recorra, más nafta gastará.

  ¿Cómo encontramos el valor desconocido?

  Debemos escribir en una columna una de las magnitudes, y en la otra columna, la otra magnitud. Y mantener el mismo orden al escribir el segundo renglón. Es conveniente escribir las columnas de manera que la incógnita quede en la columna de la derecha.

  $$125\ km \_\_\_ 15\ litros$$
  $$650\ km \_\_\_ x$$

Luego, para resolver, seguimos los siguientes pasos:

divido

$$\begin{array}{l} 125\ km \underline{\xleftarrow{\quad}} 15\ litros \\ 650\ km \underline{\quad\quad} x \end{array}$$

multiplico

$$x = \frac{650 \cdot 15}{125}$$

$x = 78 \Rightarrow$ *Gastará 78 litros de nafta.*

- *Dos obreros terminan una construcción en 9 días. Si son tres obreros, ¿Cuántos días tardarán?*
  Las magnitudes son: **obreros** y **días**
  La relación entre ellas es **inversa**, porque cuantas más personas trabajen, menos días tardarán en terminar.
  ¿Cómo encontramos el valor desconocido?

$$\begin{array}{l} 2\ obreros \underline{\quad\quad} 9\ días \\ 3\ obreros \underline{\quad\quad} x \end{array}$$

Debemos escribir las columnas de la misma manera que hicimos anteriormente.

Pero, para resolver, seguimos estos pasos:

multiplico

divido

$$\begin{array}{l} 2\ obreros \underline{\xleftarrow{\quad}} 9\ días \\ 3\ obreros \underline{\quad\quad} x \end{array}$$

$$x = \frac{9 \cdot 2}{3}$$

$x = 6 \Rightarrow$ *Tardarán 6 días.*

Porcentaje

Un porcentaje es una **parte de un todo** que representa a una cantidad a partir de **100**. Es decir que consideramos que el todo representa al 100% y que, cada parte de eso, representa un tanto por ciento de esa totalidad.

La relación que existe entre las cantidades y sus porcentajes es **directamente proporcional**, por lo que podemos resolver los problemas de porcentaje con la **regla de tres simple directa**.

Por ejemplo:

- *En una clase de 30 estudiantes, el* 70% *aprobó Matemática. ¿Cuántos estudiantes aprobaron?*
  Si consideramos que los 30 estudiantes representan al 100% , usamos la regla de tres simple directa:

$$\begin{array}{l} 100\% \underline{\quad\quad} 30\ estudiantes \\ 70\% \quad \underline{\quad\quad} x \end{array}$$

Debemos tener cuidado de poner las columnas correctamente. En una columna los porcentajes y en la otra, los estudiantes.

$x = \dfrac{70 \cdot 30}{100} = 21 \Rightarrow$ *21 estudiantes aprobaron Matemática.*

- *En un paquete de galletas surtidas hay 45 galletas de chocolate. Si el paquete tiene 60 galletas en total, ¿cuál es el porcentaje de galletas de chocolate?*

  Si consideramos que las 60 galletas representan al 100% , usamos la regla de tres simple directa:

  $60\ galletas$ _____ 100%

  $45\ galletas$ _____ x

  $x = \frac{45 \cdot 100}{60} = 75 \Rightarrow$ *Las galletas de chocolate representan un 75% del paquete.*

Ejercicios

Resuelve las situaciones problemáticas:

1) Matilde tiene que contar los tornillos que hay en un cajón. Son todos iguales y son muchos. Se le ocurre esta estrategia: pesa 20 tornillos y observa que pesan 84 gramos. Luego pesa todos los tornillos y observa que pesan 630 gramos. ¿Cuántos tornillos hay en el cajón?
2) Luis, Roberta y María fueron al cine y deben pagar $540 en total por las entradas.

   a) Se agregaron dos amigos más a la función. ¿Cuánto deberá pagar en total todo el grupo de amigos?

   b) Al final el grupo se agrandó y fueron 8 en total. ¿Cuánto deben pagar entre todos?

   c) Si juntaron $1260, ¿para cuántas entradas alcanza?

   d) Completa la tabla:

cantidad de entradas	1	3	5		8		18
monto a pagar				$1260		$2340	

3) Los empleados de una oficina utilizaron en el mes de junio 14 resmas de papel de 500 hojas cada una. Si en el mes de julio piensan utilizar la misma cantidad de papel:

   a) ¿Cuántas resmas de 250 hojas deben comprar?

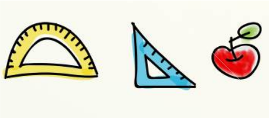
   b) ¿Y si las resmas son de 140 hojas?
4) Se quiere dividir un terreno en partes iguales para sembrar distintas verduras. La cantidad de terreno destinado a cada cultivo dependerá de cuántos tipos de verdura se quiera sembrar. Completa la tabla:

cantidad de tipos de verdura	5	10			25
cantidad de terreno para cada verdura	$2000\ m^2$		$625\ m^2$	$500\ m^2$	

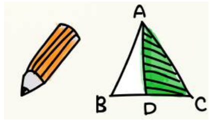
5) En una fundación que rescata perros y gatos hay 32 animales. Si el 62,5% son gatos, ¿Cuántos gatos hay en la fundación?
6) El equipo de voley de la escuela ha perdido el 18,75% de los partidos del torneo. Si se jugaron en total 16 partidos:
   a) ¿Cuántos partidos ganó?
   b) ¿Qué porcentaje representan los partidos ganados?
7) En el súper, los martes hacen 15% de descuento en todos los productos. Completa la tabla que deben usar los empleados:

precio inicial (en $)	100	150	300	450	500	1000	1300	1360
valor del descuento del 15% (en $)								
precio con descuento del 15% (en $)								

8) Calcula el importe a pagar por una factura de $9500 con un recargo del 4%.

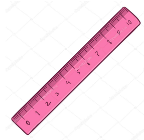


SISTEMA MÉTRICO LEGAL ARGENTINO (SIMELA)



El **Sistema Métrico Legal Argentino** es el sistema de unidades de medida vigente en Argentina. Está constituido por las unidades, múltiplos y submúltiplos, prefijos y símbolos del Sistema Internacional de Unidades (SI) y las unidades ajenas al SI que se incorporan para satisfacer requisitos de empleo en determinados campos de aplicación.

Unidades de longitud



La unidad de longitud es el **metro** (**m**).
Los submúltiplos de la unidad se obtienen dividiéndola sucesivamente por 10.

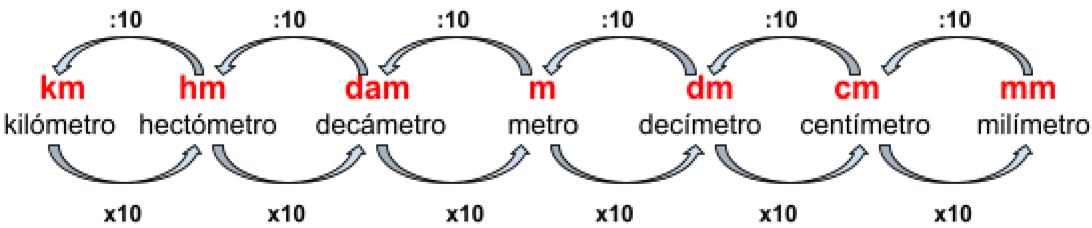
Decímetro (dm) $1\text{dm} = \frac{1}{10}$ de m	Centímetro (cm) $1\text{cm} = \frac{1}{100}$ de m	Milímetro (mm) $1\text{mm} = \frac{1}{1000}$ de m

Los múltiplos de la unidad se obtienen multiplicándola sucesivamente por 10.

Decámetro (dam) $1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$	Hectómetro (hm) $1\text{hm} = 100 \text{ m}$	Kilómetro (km) $1\text{km} = 1000 \text{ m}$

Pasaje de medidas

Para convertir a otra unidad la medida de una longitud dada, podemos guiarnos del siguiente esquema:



Por ejemplo, para expresar 15 m en cm:

$$\underbrace{15 \text{ m} \overset{\times10}{=} 150 \text{ dm} \overset{\times10}{=} 1500 \text{ cm}}_{\times100}$$

O para expresar 28 cm en dam:

$$28\text{ cm} \xrightarrow{:10} 2{,}8\text{ dm} \xrightarrow{:10} 0{,}28\text{ m} \xrightarrow{:10} 0{,}028\text{ dam}$$

$$\underbrace{28\text{ cm} = 2{,}8\text{ dm} = 0{,}28\text{ m} = 0{,}028\text{ dam}}_{:1000}$$

En resumen:
Cuando tenemos una medida que está expresada en una determinada unidad, y necesitamos pasar a un submúltiplo de esa unidad, debemos multiplicar dicha medida por la unidad seguida de tantos ceros como lugares desplazados en el esquema.
Cuando necesitamos pasar a un múltiplo de esa unidad, debemos dividir dicha medida por la unidad seguida de tantos ceros como lugares desplazados en el esquema.

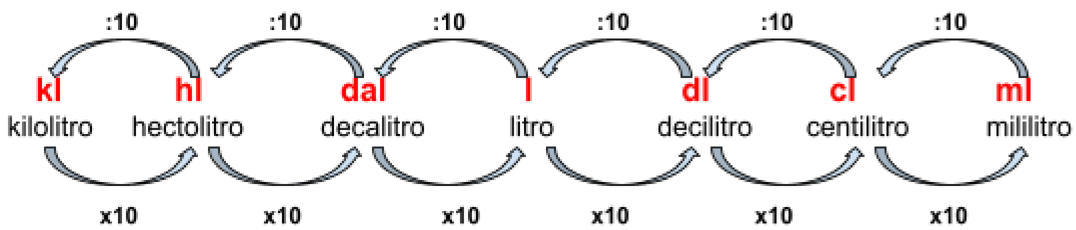
Observación importante:
Para operar con medidas, éstas deben estar expresadas en la misma unidad. Por ejemplo: 21,5 dm + 230 cm
Primero debo convertir 21,5 dm a cm: 21,5 dm . 10 = 215 cm
Luego, sumamos las medidas dadas:

215 cm + 230 cm = 445 cm

Unidades de capacidad

La unidad de capacidad es el litro (l).
Los submúltiplos de la unidad se obtienen dividiéndola sucesivamente por 10.
Los múltiplos de la unidad se obtienen multiplicándola sucesivamente por 10.

Para convertir a otra unidad una medida de capacidad expresada en una unidad determinada, podemos proceder de manera análoga a los realizado con las unidades de longitud, utilizando el siguiente esquema:



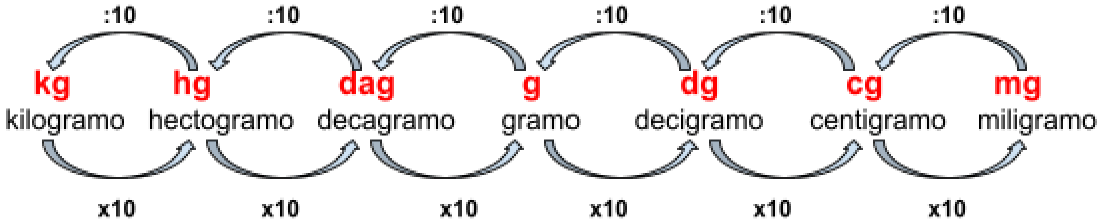
Por ejemplo:

- Para expresar 25 l en ml: 25 l . 1000 = 25000 ml
- Para expresar 1200 dal en kl: 1200 dal : 100 = 12 kl

Unidades de masa

La unidad de masa es el **kilogramo** (**kg**).

Para convertir a otra unidad una medida de masa expresada en una unidad determinada, podemos proceder de manera análoga a los realizado con las unidades de longitud y capacidad, utilizando el siguiente esquema:



Por ejemplo:

Morena fue a la verdulería a hacer las compras. Su mamá le dio una lista donde anotó 1,5 kg de cebolla, pero cuando el verdulero pesó la bolsa, leyó que la balanza marcaba 1500 g. ¿Es correcta esta cantidad o deberá pedir que le agreguen o quiten cebollas?

Debemos convertir 1,5 kg a g. Para eso, multiplicamos dicho número por mil:

1,5 . 1000= 1500

Por lo tanto, Morena lleva la cantidad correcta de cebollas.

Ejercicios

1) Escribe cada cantidad en la unidad de longitud indicada.

a) 126 m = ______ dm
b) 94 km = ______ m
c) 45000 cm = _____ dam
d) 19,3 dm = _____ hm
e) 0,06 dam = _____ cm

f) 692 mm = _____ dm
g) 43,7 mm = _____ cm
h) 4120 hm = _____ km
i) 73 km = _____ m
j) 350 cm = _____ m

2) Resuelve:

a) 93,75 dm - 6721 mm + 2,03 m = _________ cm
b) 0,6 m + 72 cm + 4,2 dm = __________ dam
c) 4,23 cm + 5 m + 56 dm = ___________ m

3) Plantea y resuelve:

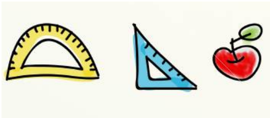
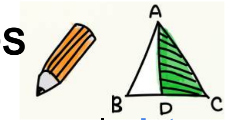
a) Si una persona da pasos de 45 cm, ¿cuántos pasos debe dar para recorrer una distancia de 0,162 km?
b) Un circuito de ciclismo tiene 45 kilómetros de longitud y cuenta con dos puestos de emergencias a lo largo del mismo. El primero está ubicado a $\frac{2}{5}$ de la largada y el segundo a $\frac{1}{3}$ de la llegada. ¿Cuántos metros de distancia hay entre los dos puestos de emergencia?

c) En un negocio se vendieron 9 l de detergente en botellas de 750 ml y 20 kg de jabón en polvo en bolsas de 500 g. ¿Cuántas botellas y bolsas usaron para entregar los productos?

d) Juan come 150 g de carne vacuna dos veces por semana. ¿Cuántos kg de carne consume en 1 trimestre?

e) ¿ A cuántos g equivale $\frac{3}{4}$ kg de queso? ¿Y $\frac{1}{5}$ kg?

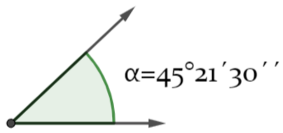
f) Para una fiesta se compraron 10 botellas de $1\frac{1}{2}$ l y 12 botellas de $2\frac{1}{4}$ l de una misma marca de jugo. ¿Cuántas jarras de 500 ml se pueden llenar con la cantidad total de jugo comprado?

 **ÁNGULOS** 

Para medir la amplitud de los ángulos utilizamos el **sistema sexagesimal**, y su unidad de medida es el **grado**. A diferencia del sistema decimal, en el sistema sexagesimal la unidad se divide en 60 unidades de orden inferior. Es decir que un grado equivale a 60 minutos, y un minuto equivale a 60 segundos.

En símbolos se escribe: $1° = 60'$

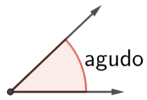
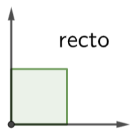
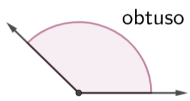
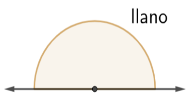
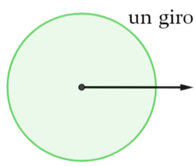
$1' = 60''$ Así $180' = 3°$, o bien $5' = 300''$



Por ejemplo, el ángulo *alfa* mide 45 grados, 21 minutos y 30 segundos.

Clasificación de ángulos

Para poder estudiarlos, los ángulos fueron llamados con nombres específicos según su amplitud:

ángulo **nulo**	ángulo **agudo**	ángulo **recto**	ángulo **obtuso**	ángulo **llano**	ángulo de **un giro**
mide $0°$ **(cero grados)** 	mide **más de** $0°$ **y menos de** $90°$ 	mide $90°$ 	mide **más de** $90°$ **y menos de** $180°$ 	mide $180°$ 	mide $360°$ 

Operaciones

- **Suma de ángulos:** para sumar dos ángulos no debemos olvidar la equivalencia $1° = 60'$ $1' = 60''$

  Por ejemplo: $61°\,58'\,43'' + 47°\,25'\,36'' =$

  Debemos tener mucho cuidado de **alinear bien las columnas**. En una columna irán los grados, en la otra los minutos y en la otra los segundos. Teniendo en cuenta también, la alineación de las unidades, las decenas y las centenas, en cada columna. Sumamos cada columna como lo hacemos siempre.

$$\begin{array}{rrrr} & 61° & 58' & 43'' \\ + & 47° & 25' & 36'' \\ \hline & \cancel{108°} & \cancel{83'} & \cancel{79''} \\ & & \cancel{84'} & 19'' \\ & 109° & 24' & \end{array}$$

  En la columna de los minutos y en la de los segundos, el resultado debe ser **menor que 60**. Como 79 > 60, debemos restarle 60, transformarlos en 1 minuto, y agregarlo a la columna de los minutos. Ahora, como 84 > 60, debemos restarle 60, transformarlos en 1 grado, y agregarlo a la columna de los grados. Y así, terminamos la suma.

  Entonces $61°\,58'\,43'' + 47°\,25'\,36'' = 109°\,24'\,19''$

- **Resta de ángulos:** para restar dos ángulos, trabajamos como en la suma pero restando.
  Por ejemplo: $75°\,23'\,38'' - 22°\,41'\,56'' =$
  Debemos tener mucho cuidado si en alguna columna el minuendo es menor que el sustraendo. Como 38 < 56, debemos convertir 1 minuto en 60 segundos para agregarlos a la columna de los segundos y poder restar. Entonces en la columna de los minutos nos quedarán 22 minutos.

$$\begin{array}{rrrr} & & 82' & \\ & 74° & \cancel{22'} & 98'' \\ & \cancel{75°} & \cancel{23'} & \cancel{38''} \\ - & 22° & 41' & 56'' \\ \hline & 52° & 41' & 42'' \end{array}$$

  A su vez 22 < 41, por lo que debemos convertir 1 grado en 60 minutos y agregarlos a la columna de los minutos para poder restar. Entonces en la columna de los grados nos quedarán 74° que, finalmente, los restaremos con 22° y concluiremos con la resta.

  Entonces $75°\,23'\,38'' - 22°\,41'\,56'' = 52°\,41'\,42''$

- **Multiplicación de un ángulo por un número natural:** para multiplicar un ángulo por un número natural debemos multiplicar como siempre, solo que manteniendo separadas las columnas de los grados, minutos y segundos.
  Por ejemplo: $14°\,27'\,51'' \times 5 =$
  En la columna de los minutos y en la de los segundos, el resultado debe ser **menor que 60**. Como 255 > 60, debemos restarle 240 segundos (que equivalen a 4 minutos), transformarlos en 4 minutos y agregarlos a la columna de los minutos.

$$\begin{array}{rrr} 14° & 27' & 51'' \\ & \times & 5 \\ \hline \cancel{70°} & \cancel{135'} & \cancel{255''} \\ & \cancel{139'} & 15'' \\ 72° & 19' & \end{array}$$

  Ahora, como 139 > 60, debemos restarle 120 (que equivalen a 2 minutos), transformarlos en 2 grados, y agregarlos a la columna de los grados y terminar, así, con la multiplicación.
  Entonces $14°\,27'\,51'' \times 5 = 72°\,19'\,15''$

- **División de un ángulo por un número natural:** para dividir un ángulo por un número natural debemos dividir primero los grados y lo que quede de resto, convertirlo y agregarlo a los minutos. Luego proceder con los minutos de la misma manera hasta llegar a dividir los segundos.
  Por ejemplo: $13°\,27'\,18'' : 6 =$
  Como en la columna de los grados nos sobra 1 grado, debemos convertirlo en 60 minutos y agregarlos a la columna de los minutos para poder dividir. Ahora, en la columna de los minutos nos sobran 3 minutos (que equivalen a 180 segundos), por lo que debemos convertirlos en 180 segundos y agregarlos a la columna de los segundos para poder dividir y terminar con la división.

$$\begin{array}{rrr|l} 13° & \cancel{27'} & \cancel{18''} & \;6 \\ \cline{4-4} \cancel{1°} & 87' & & 2°\,14'\,33'' \\ & \cancel{3'} & 198'' & \\ & & 0'' & \end{array}$$

  Entonces $13°\,27'\,18'' : 6 = 2°\,14'\,33''$

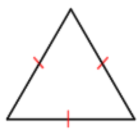
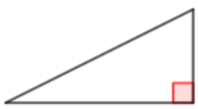
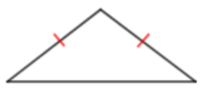
Ejercicios

1) a) Construye un ángulo agudo, un ángulo recto, un ángulo obtuso y un ángulo llano.
   b) Mide cada ángulo que construiste, con el semicírculo, y escribe al lado de cada uno el valor de su amplitud.
2) ¿V o F? Justifica tu respuesta
   a) La mitad de un ángulo llano es un ángulo recto.
   b) Si sumo dos ángulos llanos, siempre obtengo un ángulo de un giro.
   c) Si sumo dos ángulos agudos, siempre obtengo un ángulo recto.
   d) El triple de $12°\, 25'\, 35''$ es igual a $36°\, 15'\, 45''$
   e) La mitad de $27°\, 14'\, 40''$ es igual a $13°\, 7'\, 20''$
   f) Si a un ángulo recto le resto $25°\, 13'$ obtengo un ángulo de $64°\, 47'$
   g) El doble de $45°\, 30'$ es un ángulo recto.
   h) Si al ángulo $120°\, 32'\, 17''$ le sumo $59°\, 27'\, 43''$ obtengo un ángulo llano.
3) Completa la tabla:

α	β	$\alpha + \beta$	$\alpha : 3$	$\alpha - 2 . \beta$
$149°$	$34°\, 41'\, 53''$			
$22°\, 17'\, 6''$	$10°\, 34''$			

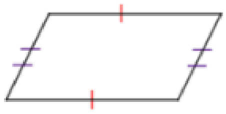
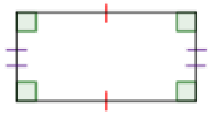
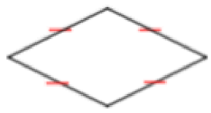
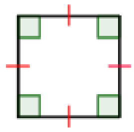
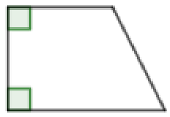
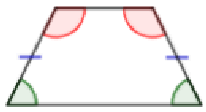
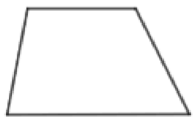
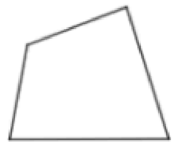
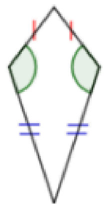
Clasificación de triángulos

Podemos clasificar los triángulos según la medida de sus ángulos o según la medida de sus lados:

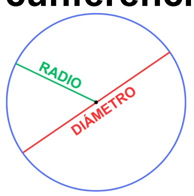
Según sus ángulos	Según sus lados
Acutángulo: tres ángulos interiores agudos 	**Equilátero:** tres lados de igual medida 
Rectángulo: un ángulo interior recto 	**Isósceles:** dos lados de igual medida 
Obtusángulo: un ángulo interior obtuso 	**Escaleno:** tres lados de diferente medida 

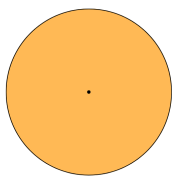
Clasificación de cuadriláteros

Clasificamos los cuadriláteros según la cantidad de lados opuestos paralelos:

Paralelogramos: - Dos pares de lados opuestos y paralelos - Ángulos opuestos iguales	**Trapecios:** - Un par de lados opuestos y paralelos	**Trapezoides:** - No tienen lados paralelos
Paralelogramo propiamente dicho  **Rectángulo:** 4 ángulos rectos  **Rombo:** 4 lados iguales  **Cuadrado** 	**Rectángulo**  **Isósceles**  **Escaleno** 	 **Romboide:** 2 pares de lados consecutivos iguales 

Circunferencia y Círculo





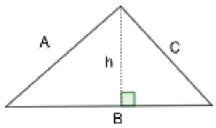
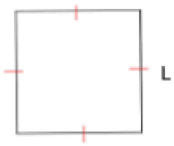
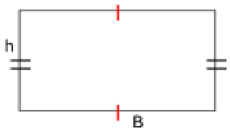
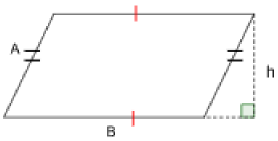
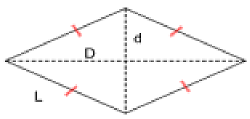
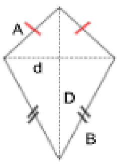
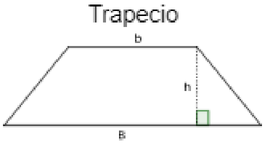
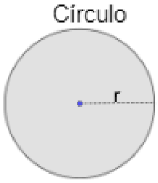
- Una **circunferencia** es una línea curva, cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia de un punto interior llamado **centro**.
- El segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia se llama **radio**.
- El segmento que tiene por extremos dos puntos de la circunferencia y que pasa por el centro se llama **diámetro**. El diámetro es el doble del radio: $d = 2 \cdot r$
- Un **círculo** es el área contenida dentro de una circunferencia.

Perímetro y superficie de figuras planas

El **perímetro** es la longitud del contorno de una figura. En el caso de los polígonos, el perímetro es igual a la suma de las medidas de los lados. Por lo tanto, la unidad de medida que se utiliza es el metro (m).

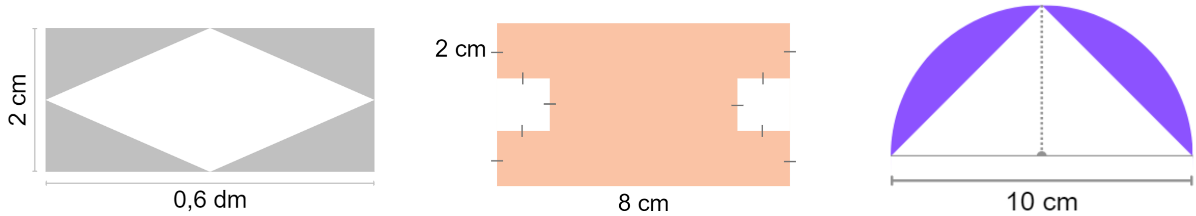
Para medir una **superficie**, debe elegirse una unidad de medida y determinar la cantidad de veces que entra en esa superficie. La unidad que se utiliza para medir superficies es el **metro cuadrado** (m^2).

La siguiente tabla muestra las principales fórmulas para calcular el perímetro y el área de algunas figuras:

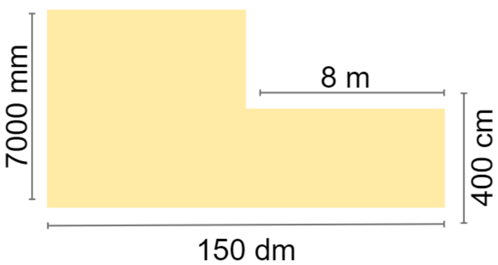
Figura	Perímetro	Área
Triángulo 	$P = A + B + C$	$A = \frac{B \cdot h}{2}$ h= altura
Cuadrado 	$P = L \cdot 4$	$A = L^2$
Rectángulo 	$P = 2 \cdot h + 2 \cdot B$	$A = B \cdot h$
Paralelogramo 	$P = 2 \cdot A + 2 \cdot B$	$A = B \cdot h$
Rombo 	$P = L \cdot 4$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$ D= diagonal mayor d= diagonal menor
Romboide 	$P = 2 \cdot A + 2 \cdot B$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$ D= diagonal mayor d= diagonal menor
Trapecio 	$P = suma\ long.\ lados$	$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$ B= base mayor b= base menor
Círculo 	$P = long.\ circunferencia = 2 \cdot \pi \cdot r$	$A = \pi \cdot r^2$

Ejercicios

1) Calcula el perímetro de un triángulo equilátero sabiendo que su lado mide 18 cm.
2) ¿Cuánto mide el área de un paralelogramo cuya altura mide 3 cm y es la mitad de la longitud de la base?
3) Si el área de un cuadrado mide 49 dm^2, ¿cuánto mide su lado?
4) La altura de un rectángulo mide 4 cm y su área es 36 cm^2. ¿Cuánto mide la base?
5) Calcula el perímetro y el área que ocupa una fuente circular de 6 m de diámetro.
6) Calcula el área sombreada y el perímetro de las figuras:



7) En un salón de fiesta se quiere delimitar con una cinta el área de baile, que tiene una forma como muestra la figura.



a) ¿Cuántos metros de cinta se necesitarán?

b) ¿Cuál es la superficie que tiene el área de baile?

c) Si se calcula que, por cada m^2 entran 3 personas paradas, ¿cuántas personas entran en el área de baile?

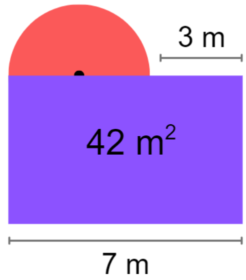
8) Luis tiene un terreno con una pileta en el medio. El largo del terreno es de 24 m, y el ancho del terreno mide la mitad del largo. La pileta mide 500 cm de ancho, y el largo de la pileta es el doble de su ancho.
   Quiere cubrir el terreno con pasto y colocar un cerco de tela metálica alrededor de la pileta.
   a) ¿Cuántos metros de tela metálica necesitará para cercar la pileta?
   b) ¿Cuántos m^2 de pasto necesitará para cubrir el terreno?
   c) Si cuesta $1600 el metro de tela metálica ¿Cuánto gastará en comprarla?
   d) Si cuesta $500 el m^2 de pasto ¿Cuánto gastará en comprarlo?
   e) ¿Cuánto gastará en total?

9) La figura muestra el patio de la casa de Romina (sector violeta) y la zona de juegos que están armando para su hermanito (sector rojo). Para la zona de

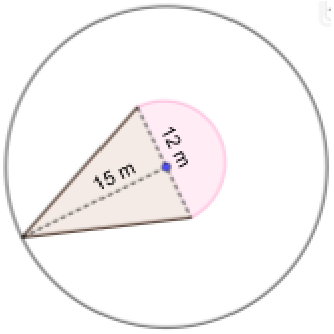
juegos están pensando en colocar piso de goma eva y para todo el contorno de la figura (es decir, la zona de juegos junto con el patio) están pensando en poner un cerco.

a) Calcula el área del sector rojo donde irá la goma eva.

b) Calcula el perímetro de la figura donde irá el cerco.



10) En Yerba Buena inaugurarán un patio de comidas nuevo en el que los locales se disponen de forma circular. El diseñador quiere hacer un dibujo en el piso del patio para decorar, pero primero necesita sacar el presupuesto de la pintura que necesitará. Por cada m^2 que desee pintar necesita \$250. ¿Cuánto dinero deberá gastar para pintar el helado? ¿Qué superficie del patio quedará sin pintar?



EJERCICIOS DE REPASO - EXAMEN DE INGRESO

1) Una fábrica de fósforos produce el día lunes 46.538 fósforos y el día martes 39.872 fósforos. Con ellos prepara cajitas de 200 unidades para vender.

- **a)** Con la producción de ambos días ¿Cuántas cajitas pudo completar?
- **b)** ¿Cuántas unidades de diferencia hay entre ambos días?
- **c)** Si hasta el viernes necesita preparar 1.000 cajitas ¿Cuántos fósforos deberá producir en total en los tres días restantes?

2) Resuelve:

- **a)** $(120 : 15 + 1) . 4 - 102 : 6 + 5 =$
- **b)** $315 : 9 - (8 + 5 . 20) : 12 - 5 . 5 =$
- **c)** $(144 : 9 + 63 : 7) : 5 + (7 + 3 . 2) . 6 =$
- **d)** $(108 : 6 - 3) . 7 - 4 . (3 . 5 - 5) + 156 : 12 - 9 =$
- **e)** $(\sqrt{100} + 10 . 2^2) : 5 =$
- **f)** $(5^2 - 12) : \sqrt{169} =$

3) Juan, Lucas y Julieta corren dando vueltas alrededor de un parque durante toda la mañana. Juan le da la vuelta al parque en 120 minutos. Lucas lo hace en 60 minutos. Y Julieta lo hace en 90 minutos. Si salen al mismo tiempo y desde un mismo punto de partida, ¿cuánto tardarán en encontrarse los tres en el punto de partida?

4) María tiene una cuerda violeta de 120 m de largo, otra amarilla de 96 m y otra negra de 200 m. Desea cortarlas de modo que todos los trozos midan lo mismo pero lo más largos posible. ¿Qué medida deberá tener cada trozo de cuerda?¿Cuántos trozos de cada color tendrá luego de cortarlas?

5) En una finca hay 12 gallinas, 4 vacas y 8 ovejas.

- **a)** ¿Qué fracción del total representan las gallinas? ¿Qué fracción del total representan las vacas? ¿Qué fracción del total representan las ovejas?
- **b)** Si de la cantidad total de animales, se escaparon $\frac{5}{24}$ partes, ¿qué fracción del total no se escaparon?
- **c)** Si las que se escaparon eran gallinas, ¿cuántas gallinas se quedaron?

6) La EAS tiene en este momento 30 conejos, de los cuales $\frac{1}{5}$ son negros, $\frac{1}{3}$ son grises, $\frac{1}{6}$ son blancos con negros, y el resto son pardos.

- **a)** ¿Qué fracción del total representan los conejos pardos?
- **b)** ¿Cuántos conejos de cada color hay en la EAS?

7) Lucas compró 2 cuadernos, 5 lápices y 3 lapiceras. Cada cuaderno costó \$950,25; cada lápiz \$121,50 pero no recuerda el precio de cada lapicera. Pero sabe que pagó con \$3700 y le dieron \$142 de vuelto. Ayuda a Lucas a encontrar el precio de cada lapicera.

8) Resuelve:

- **a)** $0,5 . (0,08 + 0,21) =$
- **b)** $(0,36 - 0.21) : 1,5 =$

c) $(\frac{3}{4}+\frac{1}{5}):(\frac{3}{4}-\frac{1}{5})=$

d) $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}=$

e) $(\frac{3}{4}+\frac{1}{2})\ \cdot\frac{2}{5}=$

9) De 50 litros de agua de mar se pueden extraer 1,3 kg de sal. ¿Cuántos litros hacen falta para obtener 5200 g de sal?

10) Para hacer nuevos cultivos de arvejas me demoré 6 días en terminar. ¿Cuánto nos habríamos tardado mis dos amigas y yo, si les hubiera pedido ayuda para hacerlo las tres juntas?

11) El jardín de la casa de Paola mide 96 m^2, de los cuales el 20% está ocupado por margaritas, el 45% por claveles y el 35% por malvones. ¿Cuántos m^2 ocupan las margaritas? ¿Y los claveles? ¿Y los malvones?

12) En una granja se enfermó una de las vacas y se le recetó una medicación durante 36 días.

a) Si otra de las vacas del establo se enferma, ¿para cuántos días alcanzará el mismo frasco de medicación?

b) ¿Y si las 6 vacas del mismo establo se enferman?

c) Completa la siguiente tabla:

Cantidad de vacas enfermas	Días
1	
2	
6	6
4	
	4

13) Un albañil cobra $800 por hora trabajada. ¿Cuánto cobrará por una jornada de 8 horas? ¿Y si trabaja 4 horas y media? Completa la tabla

Horas trabajadas	1	8		4 y media	
Dinero cobrado			$2800		$4800

14) Coloca verdadero (**V**) o falso (**F**) según corresponda. Justifica todas las respuestas.

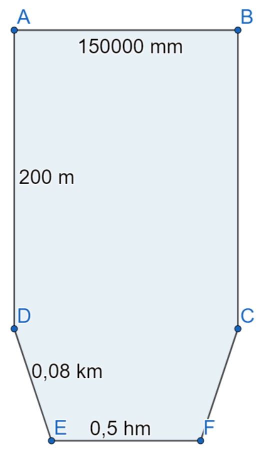
a) Dos ángulos obtusos pueden formar un ángulo llano.

b) Un ángulo de un giro se puede formar con 4 ángulos llanos.

c) El triple de un ángulo de 52°48’ es menor que un ángulo llano.
d) Los triángulos equiláteros también son isósceles.
e) Los paralelogramos tienen un solo par de lados opuestos paralelos.
f) Todo cuadrado es un rectángulo.
g) La suma entre 30°48’39’’ y 45°56’52” es un ángulo agudo.

15) Construye, utilizando regla y transportador, un ángulo agudo y uno obtuso, tales que juntos formen un ángulo llano.
16) Construye una circunferencia de 3 cm de radio e indica en la misma: radio, diámetro y centro. Calcula su perímetro y expresa el resultado en milímetros.

17) Se quiere armar un nuevo corral para las ovejas y se necesita calcular cuántos metros de cerco habrá que colocar. La figura situada a la derecha es el diseño del corral.
Datos: CDEF trapecio isósceles



18) Calcula el área de la figura sombreada: